

**UBA | CICLO BASICO COMUN | DIBUJO**  
**Cátedra: Prof. Arq. Stella Maris García**

## **Introducción a la Geometría**

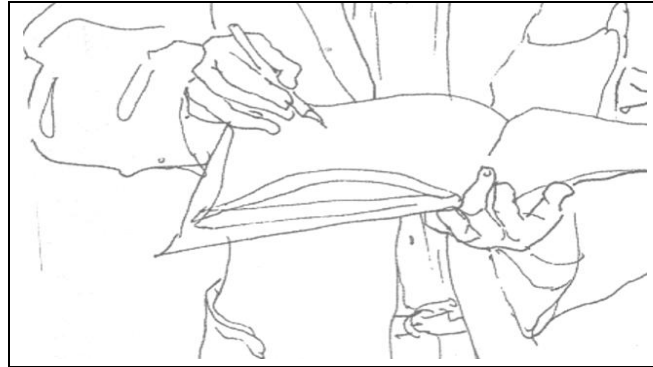
**Autoras: Prof. Arq. Stella Maris García, Arq. Cecilia Rozenberg**

## **Índice**

<b>Delimitación de la forma / Elementos</b>	<b>3</b>
<b>Clasificación de figuras y cuerpos geométricos 2D / Figuras geométricas</b>	<b>5</b>
<b>Clasificación de figuras y cuerpos geométricos 3D / Cuerpos geométricos</b>	<b>6</b>
<b>Trazados y construcciones geométricas más usadas</b>	<b>8</b>
<b>Polígonos regulares inscritos en una circunferencia Construcción manual</b>	<b>11</b>
<b>Número de Oro / Sección Áurea / Rectángulo Áureo</b>	<b>13</b>
<b>Geometría fractal</b>	<b>15</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>16</b>

## Delimitación de la forma / Elementos

La mácula que deja el trazador sobre el soporte produce el dibujo. El **sujeto** y el **objeto** se entrelazan en el hacer y en el momento en que el dibujo se revela, ambos, dibujo y sujeto, se constituyen mutuamente.



### En la delimitación de la forma intervienen:

- El **punto** no tiene dimensión ni escala, es la unidad gráfica más pequeña. Representa un concepto abstracto que señala una posición en el espacio, indica con precisión la ubicación de un encuentro-intersección.
- La **línea** nace con vocación de constelación, es el trazo continuo visible o imaginario que une dos puntos.
- La **línea horizontal**, evocación del horizonte, acompaña al hombre en su transitar por el mundo.
- La **línea vertical**, distintivo del ser viviente que crece hacia el firmamento.
- La **línea oblicua**, provoca sensación de inseguridad pues su inclinación no puede valorarse; relativa a la vertical y a la horizontal, puede dar idea de ascenso-descenso.
- La **línea curva** origen de la idea de círculo y el hombre en su centro. Es amable, femenina, da idea de cobijo, de espacio uterino y sentimientos ligados con la eternidad.
- La **línea de contorno** es la primera línea trazada por el niño. Es la manera más natural de definir la forma. A su vez, es la manera más compleja de separar la figura del fondo ya que los objetos no están delineados en la realidad. Reviste un alto grado de abstracción. No implica trazar el perfil de un objeto. Requiere una elaboración mental, exploración y síntesis, para poder dar con la línea que capte y evoque cabalmente el objeto y que permita al observador reconocer en los rasgos sígnicos al objeto dibujado.
- El **plano** es sugerido por el espacio cerrado que resulta de trazar líneas sobre una superficie determinada. Los espacios que se sugieren entre las líneas y por fuera de ellas son de diferentes categorías.
- El **volumen**, está definido por planos, tiene tres dimensiones y ocupa un lugar en el espacio físico. A su vez los objetos están en relación entre sí y con el espacio que los rodea, todo lo cual constituye el contexto físico, el Mundo Artificial.
- La **geometría**, tiene como capacidad establecer correspondencias entre las partes, creando, mediante la aplicación de sus Leyes, un conjunto de relaciones que permite no solo comprender la forma en si misma sino facilitar su manipulación proyectual. Como gramática gráfica constituye la estructura latente del objeto.

La **Geometría** –del griego **geo** = tierra / **metrein** = medir– es la rama de las matemáticas que se ocupa de las propiedades del espacio. Por lo tanto, el saber geométrico es el conocimiento de las propiedades del espacio geométrico.

Es importante diferenciarlo del conocimiento de las propiedades del espacio físico ya que el espacio geométrico se constituye como una **modelización** del espacio físico; permite comprender ciertos fenómenos del espacio físico pero no coincide con él.

La historia del origen de la Geometría es muy similar a la de la Aritmética, siendo sus conceptos más antiguos consecuencia de las actividades prácticas. Los primeros hombres llegaron a formas geométricas a partir de la observación de la naturaleza, explorando hasta llegar a desarrollar el complejo entramado de leyes y relaciones que constituyen un factor importante en la percepción de la forma.

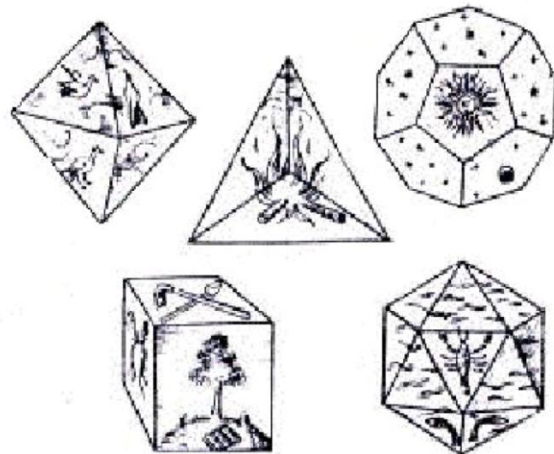
Un ejemplo son las llamadas “**pedras del neolítico**”, encontradas en Escocia.



Son los restos arqueológicos más antiguos en los que aparecen figuras poliédricas, de los que tenemos noticia, aproximadamente 2000 a.C. Parece que este tipo de figuras geométricas ya tenían una utilidad lúdica como ocurre en la actualidad con los dados.

A los cinco sólidos regulares se les llama Cuerpos Platónicos porque Platón en uno de sus diálogos más significativos, el “Timeo”, en el que se explica la construcción del universo, establece una asociación entre ellos y los elementos fundamentales de los que éste está compuesto, que según sostenían los griegos estaba hecho con átomos de agua, aire, tierra y fuego.

Así, el **aire** es el **octaedro**, el **fuego** es el **tetraedro**, la **tierra** es el **cubo**, y el **agua** es el **icosaedro**. Queda una única combinación, el **dodecaedro**, que lo reserva para el **universo**. En el gráfico: **Dibujos de Kepler** basados en dicha asociación.



En el siglo XVIII, además de la consolidación de la **geometría analítica**, surgieron la **geometría diferencial**, la **geometría descriptiva** y la **geometría proyectiva**, así como numerosos trabajos sobre los fundamentos de la geometría.

Otros desarrollos posteriores son: la **geometría no euclidiana**, la **geometría topológica** y la **geometría fractal**.

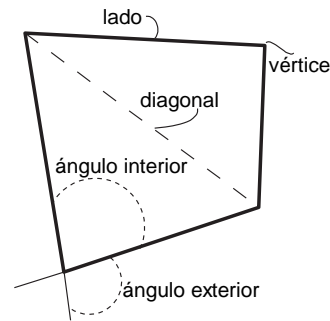
El presente texto no pretende ser exhaustivo sino, más bien, abrir puertas a la exploración de la Geometría.

## Clasificación de figuras y cuerpos geométricos

### Dos dimensiones / Figuras geométricas

#### Polígonos

Un polígono es la región interior de una línea poligonal cerrada y no cruzada.  
 Sus elementos son: los lados, los vértices y las diagonales.  
 A la línea que lo rodea se la denomina contorno del polígono.



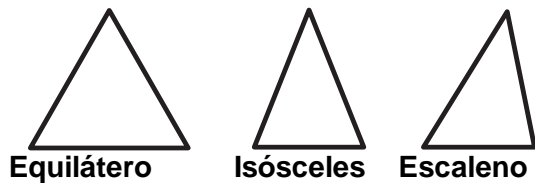
#### Clasificación de los polígonos / Nombre según la cantidad de lados

3 Triángulo	6 Hexágono	9 Eneágono	12 Dodecágono
4 Cuadrilátero	7 Heptágono	10 Decágono	13 Tridecágono
5 Pentágono	8 Octógono	11 Endecágono	14 Tetradecágono
			15 Pentadecágono

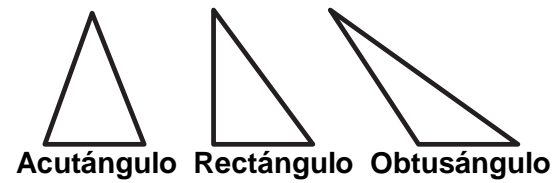
De más lados se nombran como polígonos de **n** lados.  
 Se denominan polígonos regulares si tienen todos los ángulos y los lados iguales.

#### Triángulos

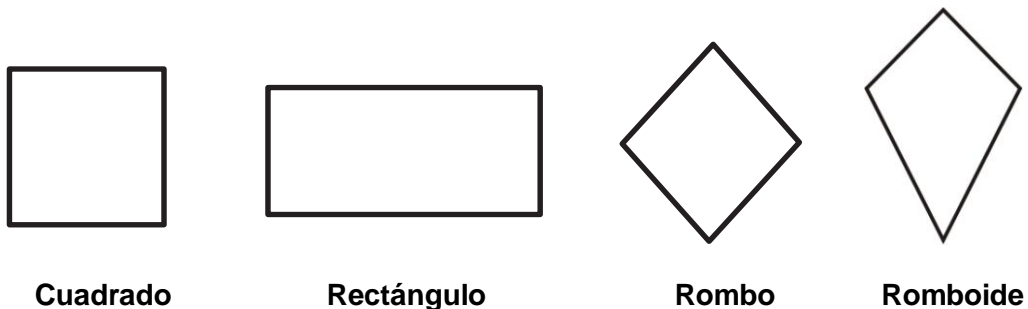
##### Nombre según los lados



##### Nombre según los ángulos



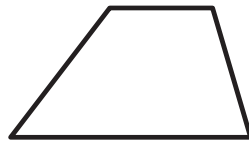
#### Cuadriláteros: Paralelogramos



## Cuadriláteros: Trapecios



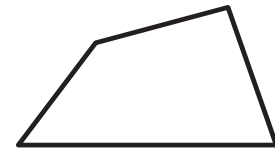
Isósceles



Escaleno



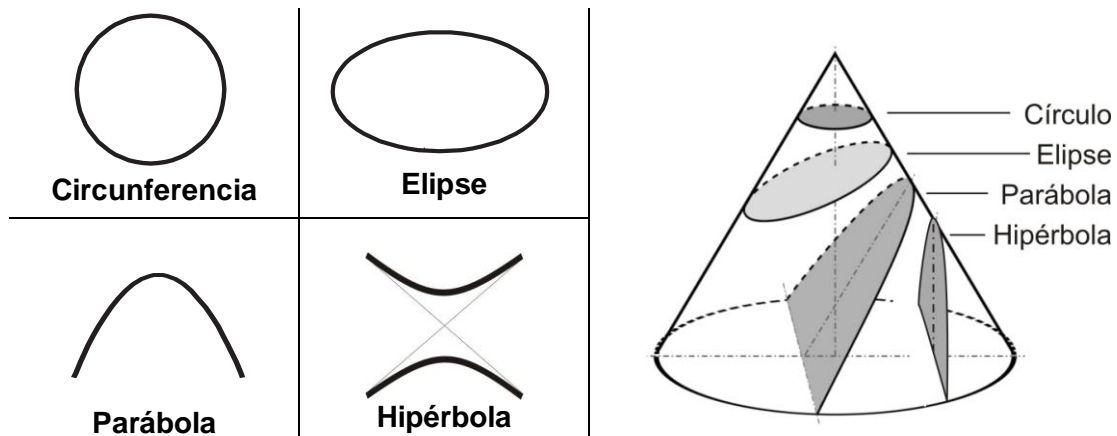
Rectángulo



Trapezoide

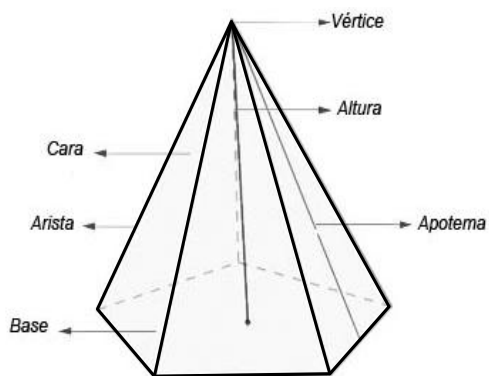
## Cónicas

Se denominan cónicas porque se las halla al practicar diferentes cortes a un cono. En el ejemplo el cono es macizo por lo que en él se generan superficies.



## Tres Dimensiones / Cuerpos Geométricos

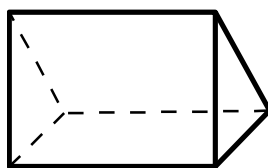
### Poliedros / Según la cantidad de caras



- |             |                  |
|-------------|------------------|
| 4 Tetraedro | 10 Decaedro      |
| 5 Pentaedro | 11 Endecaedro    |
| 6 Hexaedro  | 12 Dodecaedro    |
| 7 Heptaedro | 13 Tridecaedro   |
| 8 Octaedro  | 14 Tetradecaedro |
| 9 Eneadro   | 15 Pentadecaedro |
- De más lados se nombran como poliedros de **n** lados.

Se denominan **poliedros regulares** si tienen todos los ángulos y lados iguales.

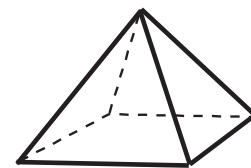
### Poliedros / Según cualidades de las estructuras que los componen



Prismas



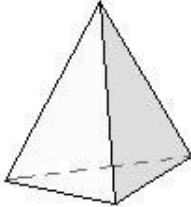
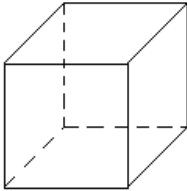
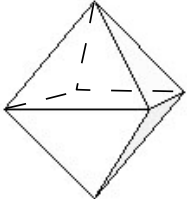
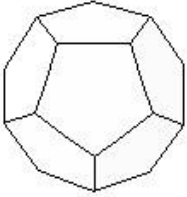
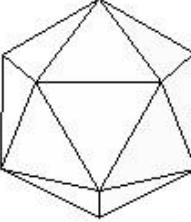
Paralelepípedos



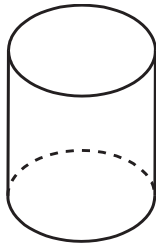
Pirámides

## Poliedros regulares

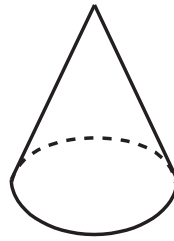
Un poliedro regular es aquel cuyas caras son polígonos regulares iguales y en cada uno de sus vértices concurren el mismo número de caras. Sólo existen cinco tipos de poliedros regulares.

<p><b>Tetraedro:</b> 4 caras triangulares, que concurren tres en cada vértice. Tiene 4 vértices y 6 aristas.</p>	
<p><b>Cubo:</b> 6 caras cuadradas, que concurren tres en cada vértice. Tiene 8 vértices y 12 aristas.</p>	
<p><b>Octaedro:</b> 8 caras triangulares, que concurren cuatro en cada vértice. Tiene 6 vértices y 12 aristas.</p>	
<p><b>Dodecaedro:</b> 12 caras pentagonales regulares, que concurren tres en cada vértice. Tiene 20 vértices y 30 aristas.</p>	
<p><b>Icosaedro:</b> 20 caras triangulares, que concurren cinco en cada vértice. Tiene 12 vértices y 30 aristas.</p>	

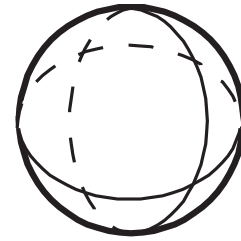
## Cuerpos redondos



Cilindro



Cono

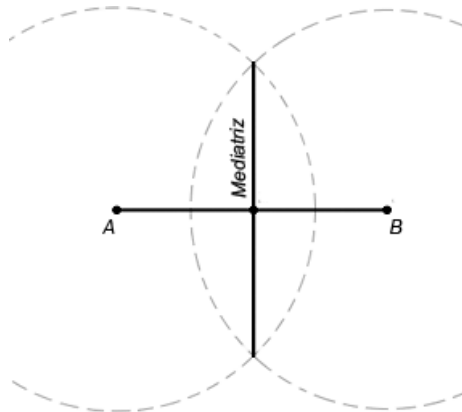


Esfera

## Trazados y construcciones geométricas más usadas

### Mediatriz

La mediatriz de un segmento es la recta que pasa por el punto medio del segmento y es perpendicular al él. También puede ser definida como el lugar geométrico de los puntos que equidistan de dos puntos fijos. Un **lugar geométrico** es el conjunto de puntos que cumplen una determinada condición que sólo pueden cumplir ellos.



#### Trazado manual

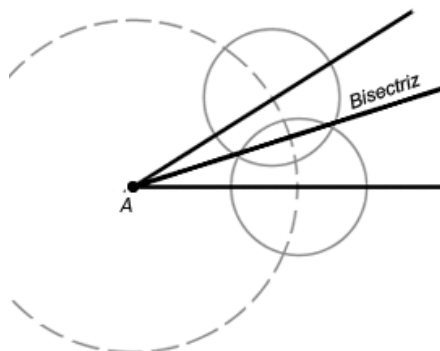
- 1- Se traza el segmento AB.
- 2- Con centro en A se traza una circunferencia de radio mayor que la mitad del segmento AB.
- 3- Desde B se traza una circunferencia de igual radio que la primera.
4. La recta que pasa por la intersección de las circunferencias es la mediatriz del segmento AB.

#### Punto medio de un segmento

El punto medio M es la intersección de la mediatriz con el segmento AB

### Bisectriz

La bisectriz de un ángulo es la recta que pasando por el vértice del ángulo lo divide en dos partes iguales, puede definirse como el lugar geométrico de los puntos que equidistan de dos rectas fijas.



#### Trazado manual

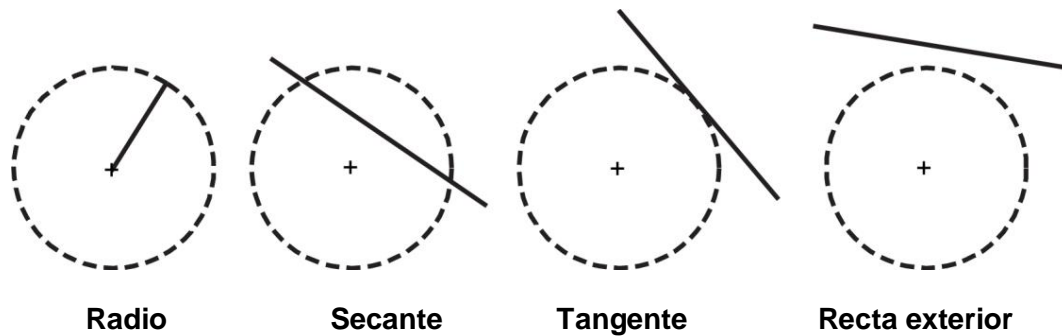
1. Con centro en el vértice del ángulo se traza una circunferencia de cualquier amplitud.
2. Desde los puntos de corte de la circunferencia con los lados del ángulo se trazan dos circunferencias con el mismo radio.
3. La recta que pasa por el vértice del ángulo y uno de los puntos de corte de las circunferencias es la bisectriz.



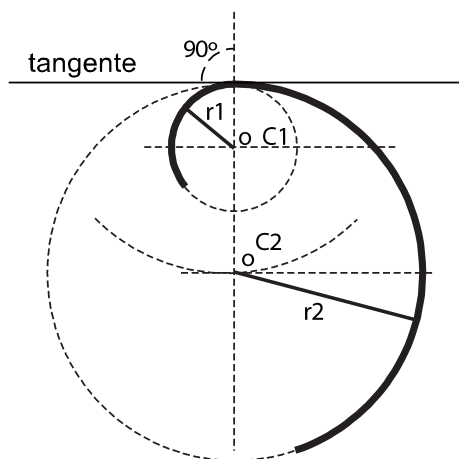
## Circunferencia

Se puede definir como el lugar geométrico de los puntos que equidistan de un punto fijo, llamado centro

## Relación entre rectas y circunferencias



## Circunferencias con una Tangente en común



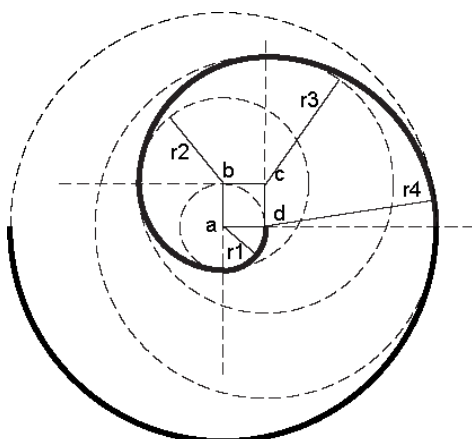
### Trazado manual:

- 1- A partir de la recta Tangente, marcar los centros de las circunferencias: C1 y C2
- 2- Haciendo centro en los puntos previamente definidos, trazar las respectivas circunferencias.

### Dibujó por computadora:

Herramienta **Alinear**, trabajar con las circunferencias enteras, se seccionarán a posteriori. Borrar parte de la curva con herramientas: **Selección**, **Pluma (pluma + y pluma -)**, **Borrador**. Si se ha utilizado la herramienta **Tijera**: des-seleccionar la entidad y seleccionar la parte a suprimir.

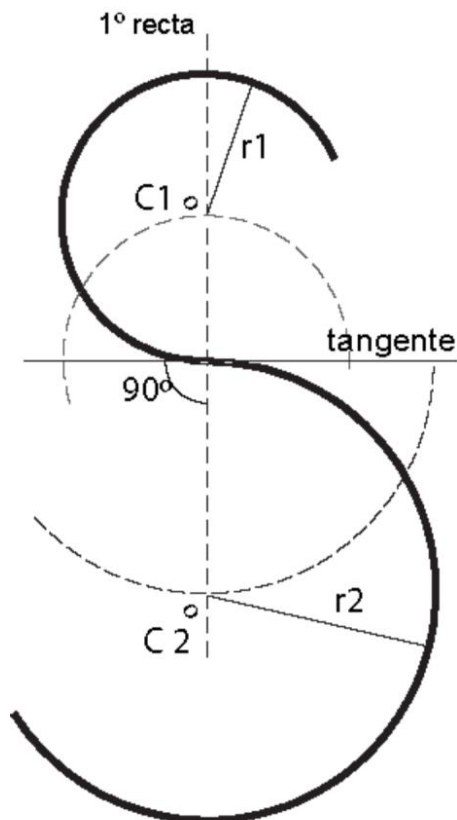
## Espiral



### Trazado manual

- 1- Se dibuja un cuadrado abcd
- 2- Haciendo centro en a se toma el lado del cuadrado como r1 y se traza el primer arco, equivalente a  $\frac{1}{4}$  de circunferencia.
- 3- Haciendo centro en b se toma como radio la suma del lado del cuadrado más r1 y se obtiene r2.
- 4- La misma operatoria haciendo centro sucesivamente en c, en d, nuevamente en a, etc.

## Empalmes o Trazado de circunferencias tangentes



### Trazado manual

- 1- A partir de dos rectas perpendiculares entre sí, marcar sobre una de ellas el centro de la circunferencia C1 de radio r1
- 2- Haciendo centro en la intersección así lograda, dibujar la primera circunferencia, que resultará tangente a la recta perpendicular a la primera.
- 3- Repetir el procedimiento para dibujar C2 de radio r2

### Dibujo por computadora

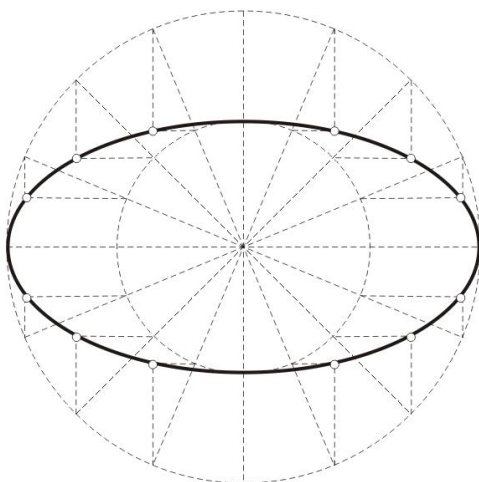
Si se dibuja con un programa gráfico que disponga de **Curvas Bezier (ícono Pluma)** se hará coincidir en un mismo **nodo** C1, C2 y la recta tangente, para lo cual es probable que se deba agregar nodos a cada entidad a fin de precisar la posición de las mismas y también para cortar tramos de las circunferencias en puntos definidos.

Si se dibuja con **trazado**, al darle un grosor a las líneas es posible que se pierda la precisión del empalme —se recomienda visualizar con un Zoom de 200 o más.

En **Autocad**, las herramientas **Arco** y **Círculo** permiten generar estas entidades seleccionando unas de las variantes de creación que contenga en la primera herramienta: Arco → los Puntos que hacen tangencia con relación a una recta, y en la segunda: Círculo → la opción de Puntos o de dos o tres Tangentes.

Recordar habilitar: Herramientas → Parámetros de dibujo → Referencia a Objetos → Tangente

## Elipse por homología



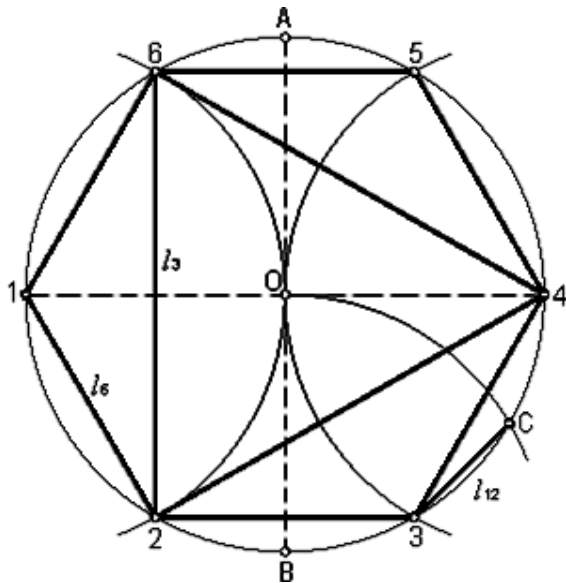
### Trazado manual

- 1- Trazar dos circunferencias concéntricas, una de ellas, del tamaño del eje menor de la elipse y la otra del tamaño del eje mayor.
- 2- Dividir ambas circunferencias en **n** partes iguales.
- 3- Trazar líneas horizontales y verticales que, partiendo de los puntos de intersección de los radios con las circunferencias, se intercepten en un punto
- 4- Completar el trazado de la elipse pasando por dichos puntos.

## Polígonos regulares inscritos en una circunferencia

### Construcción manual

#### Triángulo, hexágono y dodecágono



Se traza la circunferencia y luego dos diámetros perpendiculares entre sí, que determinarán los puntos A-B y 1-4 respectivamente.

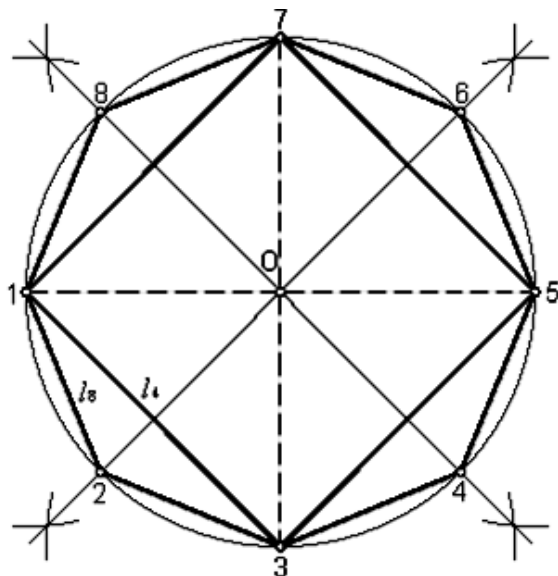
A continuación, con centro en 1 y 4 trazar dos arcos, de radio igual al de la circunferencia, que determinarán, sobre ella, los puntos 2, 6, 3 y 5. Haciendo centro en B trazar un arco del mismo radio, que determinará el punto C sobre la 1ª circunferencia.

Uniendo los puntos 2, 4 y 6, se obtendrá el triángulo inscrito.

Uniendo los puntos 1, 2, 3, 4, 5 y 6, se obtendrá el hexágono inscrito. Y uniendo los puntos 3 y C, se obtendrá el lado del dodecágono inscrito; para construirlo se debe llevar este lado (con el compás) 12 veces sobre la circunferencia.

NOTA: Todas los trazados se realizan con una misma abertura del compás, igual al radio de la circunferencia dada.

#### Cuadrado y octógono (construcción exacta)



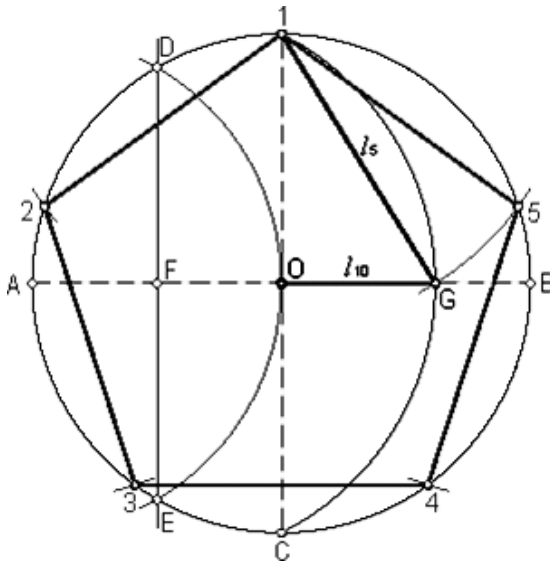
Se trazan dos diámetros perpendiculares entre sí, que determinarán, sobre la circunferencia dibujada los puntos 1-5;3-7 respectivamente.

Se trazan las bisectrices de los cuatro ángulos de  $90^\circ$ , formados por la diagonales trazadas, dichas bisectrices determinarán sobre la circunferencia los puntos 2, 4, 6 y 8.

Uniendo los puntos 1, 3, 5 y 7, se obtendrá el cuadrado inscrito. Y uniendo los puntos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8, se obtendrá el octógono inscrito.

NOTA: Para construir un polígono de doble número de lados, se trazan las bisectrices de los ángulos centrales del polígono trazado, y estas determinarán sobre la circunferencia circunscrita, los vértices del nuevo polígono.

## Pentágono y decágono (construcción exacta)



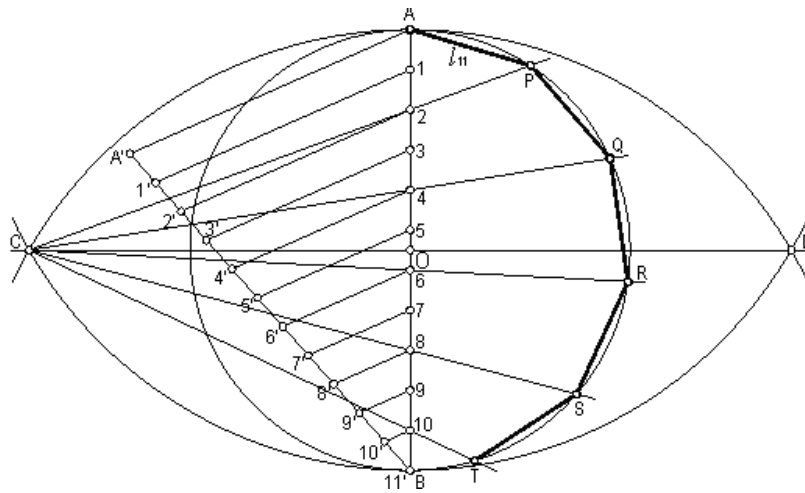
Se trazan dos diámetros perpendiculares entre sí, que determinarán sobre la circunferencia dibujada los puntos A-B y 1-C respectivamente. Con el mismo radio de la circunferencia se trazará un arco de centro en A, que determinará los puntos D y E sobre la misma, uniendo dichos puntos se obtendrá el punto F, punto medio del radio A-O

Con centro en F se traza un arco de radio F-1, que determinará el punto G sobre la recta A-B. La distancia 1-G es el lado de pentágono inscripto, mientras que la distancia O-G es el lado del decágono inscripto.

Para la construcción del pentágono y el decágono, se trasladan dichos lados 5 y 10 veces respectivamente a lo largo del trazado de la circunferencia.

## Procedimiento general (construcción aproximada)

Se traza el diámetro A-B, que se dividirá (aplicando el Teorema de Tales) en tantas partes iguales como lados tenga el polígono que se desea trazar, en este caso: 11. Con centro en A y B se trazan dos arcos de radio A-B, los cuales se interceptarán en los puntos C y D. Uniendo dichos puntos con las divisiones alternadas del diámetro A-B, se obtendrán sobre la circunferencia, los puntos P, Q, R... etc., vértices del polígono. De la misma forma se procedería con el punto D, uniéndolo con los puntos 2, 4, etc., y obteniendo así el resto de los vértices del polígono. Unir los puntos para obtener el polígono buscado.



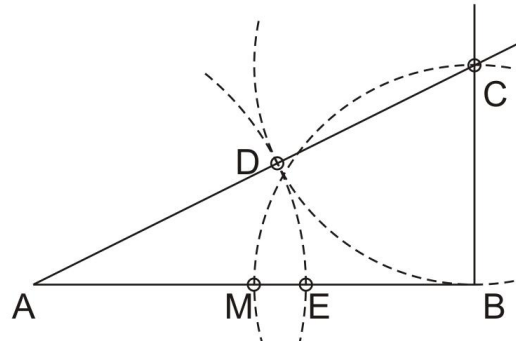
## Número de Oro / Sección Áurea / Rectángulo Áureo

Se denomina así a al número **1,618...** No es una medida ni una dimensión, es **el valor de una razón** determinada por una proporción. Se representa con la letra griega  $\Phi$  (phi) y corresponde a la proporción llamada "media y extrema razón". Es la partición asimétrica más armoniosa y puede expresarse:

*"Para que un todo dividido en partes desiguales parezca hermoso desde el punto de vista de la forma, debe haber entre la parte menor y la mayor la misma razón que entre la mayor y el todo"*  
 Zeysing en I. Crespi, J. Ferrario

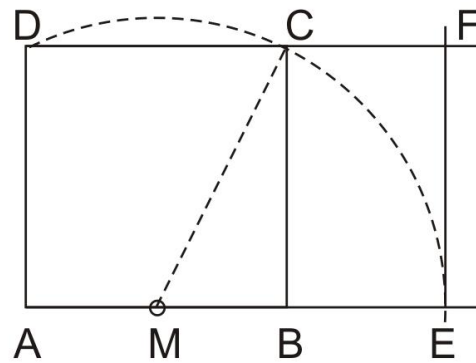
La **Sección Áurea**, fue denominada así por Leonardo da Vinci llamada también **Sección Dorada** de donde surge el nombre de **Número de Oro**, valor numérico de la ecuación. La división de un segmento de recta en esta proporción se puede obtener mediante un trazado geométrico simple:

Dada la recta AB, hallar su punto medio M; con B como centro trasladar M a C (CB es perpendicular a AB) y de C con igual radio cortar la recta AC en D, luego desde el centro A con radio AD, hallar la proporción áurea AE. Donde AE es el segmento mayor y EB el segmento menor. El punto E divide al segmento AB en razón  $\Phi$



El **Rectángulo Áureo** es aquel cuya proporción entre la base y la altura es igual al Número de Oro  $\Phi$ .

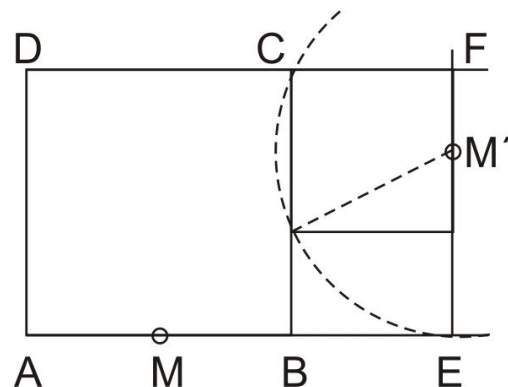
Para su trazado, primeramente dibujar el cuadrado ABCD. Hallar M, punto medio de AB. Con centro en M y radio MC trazar un arco de circunferencia hasta cortar a la prolongación de la recta AB en E. Trazar el segmento EF perpendicular a AB que corte a la prolongación de la recta DC en F. Se obtiene así el rectángulo áureo AEFD.



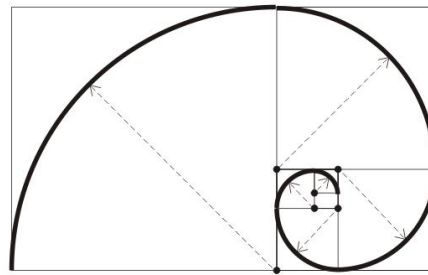
Los rectángulos áureos cumplen la siguiente propiedad:

Un rectángulo áureo contiene infinitos rectángulos áureos

Como se ve en la imagen, en el rectángulo áureo AEFD se inscribe el rectángulo áureo BEFC. Así se podría seguir inscribiendo rectángulos áureos uno dentro del otro...



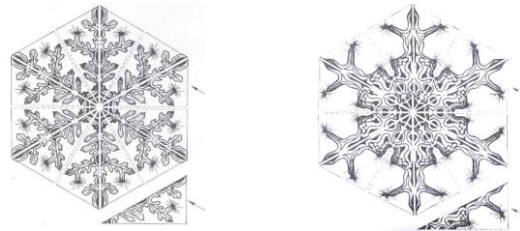
La **Espiral Áurea** se construye a partir de rectángulos áureos que se inscriben uno dentro de otro. Haciendo centro en uno de los vértices de cada cuadrado se van trazando cuartos de circunferencia, los que unidos constituyen la espiral.



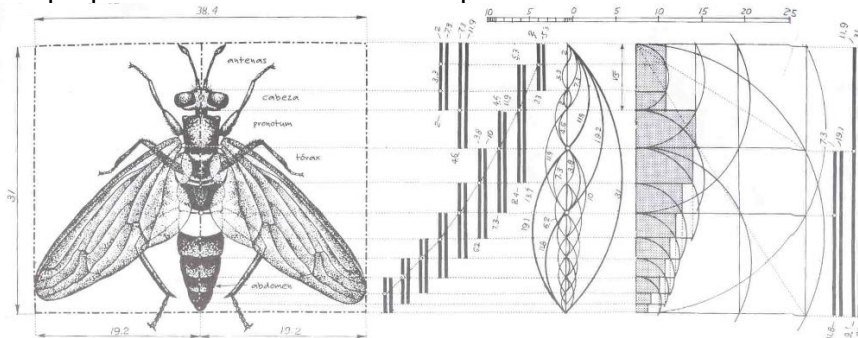
Una de las observaciones más antiguas de la humanidad es la existencia básica de unidad entre las múltiples diversidades de este mundo. Las culturas ancestrales adjudicaban esta unidad a la divinidad. Heráclito desarrolló el concepto de “la unidad en la diversidad”.

En épocas más recientes, este concepto se ha vuelto básico tanto en el arte como en la ciencia.

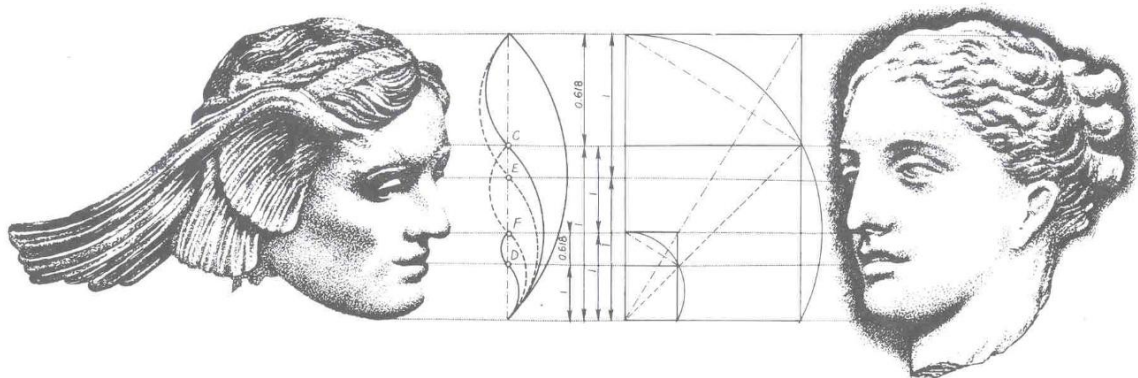
El copo de nieve es un claro exponente de este principio. Aunque cada copo es diferente, todos están relacionados por el patrón hexagonal básico.



El cuerpo de la mosca Midas se encuadra en dos rectángulos áureos. El proceso de crecimiento de la mosca se produce desde el tórax hacia arriba y hacia abajo. Las construcciones de la sección áurea muestran este proceso mediante una serie de rectángulos áureos (en grisado) que van disminuyendo. La forma de las alas comparten las relaciones proporcionales básicas del cuerpo.



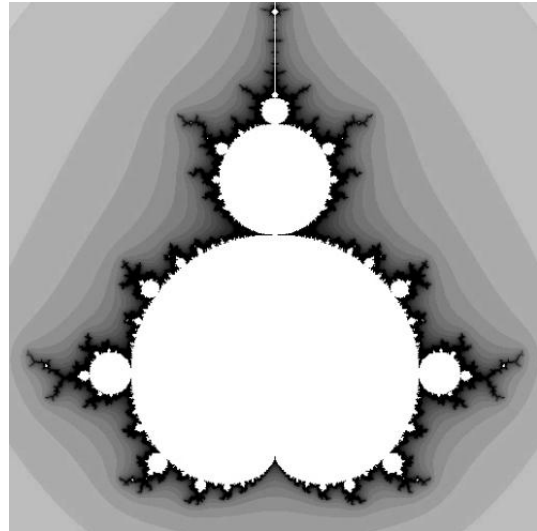
En los patrones de formación de los fenómenos naturales se verifica la armonía de las proporciones pero se manifiesta también en la mayoría de las obras clásicas. Como se observa en los límites proporcionales de las cabezas de Hipnos y Higeria.



## Geometría fractal

La palabra **fractal** proviene del latín **fractus**, que significa irregular o interrumpido. Esta palabra fue introducida por el Doctor en Matemática Benoît B. Mandelbrot. El más famoso de todos los fractales lleva su nombre pues fue él quien obtuvo la primera imagen: “**conjunto Mandelbrot**” Por su forma recibe también el nombre de “hombrecito manzana”

Un fractal es un ente matemático que se caracteriza por una propiedad de invariancia en presencia de “cambios de escala”. Esta propiedad se denomina auto semejanza. En algunos casos que se encuentran en el mundo real, la auto semejanza es aproximada. Se los puede hallar en líneas costeras, cuencas de ríos, formación de nubes, crecimiento de los árboles, en el flujo turbulento de fluidos, en la organización jerárquica de sistemas vivos. En otros, la auto semejanza es matemática exacta, en estos últimos los fractales se denominan deterministas, y constituyen un nuevo tipo de geometría, la Geometría Fractal que es, ante todo, un nuevo lenguaje.

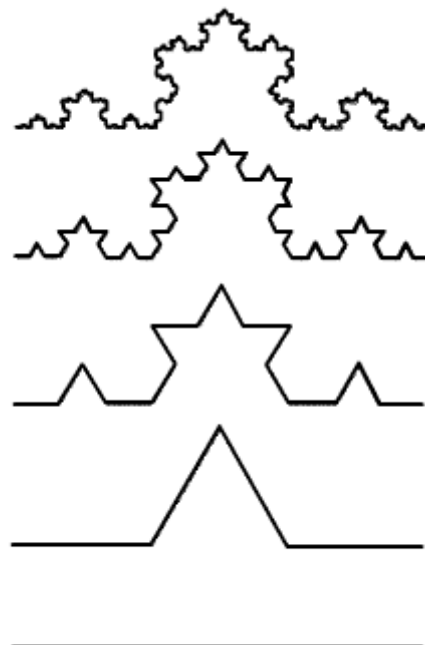


La Geometría Fractal ha dado un extraordinario empuje a las teorías físicas de fin del siglo XX al construir modelos matemáticos para fenómenos que parecían dominados por un orden casual o imprevisible.

Los modelos naturales pueden describirse con realismo mediante el empleo de ésta geometría. Los patrones fractales se han encontrado no solo en comportamiento de estrellas y demás elementos de la naturaleza sino también en las variaciones de la bolsa de valores, el flujo del tránsito, etc.

El fractal tiene dos características: infinito detalle en cada punto y autosimilitud entre las partes y el todo. Esto es cuando su borde, su superficie o su estructura interna muestran una configuración que ampliada y ampliada y ampliada hasta el infinito se mantiene invariante.

### Isla triádica de Koch o copo de nieve K Pasos de la evolución del fractal



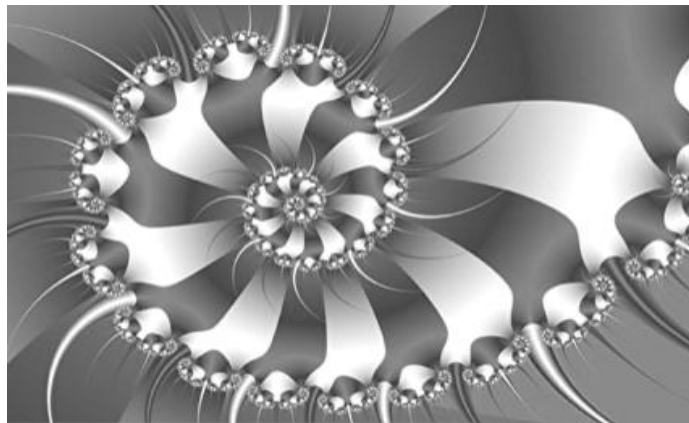




Isla triádica de Koch o copo de nieve K



Construcción del triángulo de Sierpinski



*“...es posible establecer un puente entre el pensamiento científico racional y la emoción estética: estos dos modos de cognición de la especie humana están comenzando a concurrir en su estimación de lo que constituye la naturaleza.*

*La ciencia y la estética están de acuerdo en lo que falta en la actualidad a los objetos técnicos cuando se los compara con los objetos naturales: es el lujo de una dosis apropiada de irregularidad, desorden e impredecibilidad. Esta última perspectiva podría ayudarnos a darle a la tecnología, de la cual dependemos cada vez más para nuestra subsistencia, un aspecto humano”*

*Dra V. W. de Spinadel*

## Bibliografía

**CRESPI, IRENE y FERRARIO, JORGE** Léxico Técnico de las Artes Plásticas / Ed. Universitaria de Bs. As.

**DOCZI, GYÖRGY** El poder de los límites / Ed. Troquel

**SANCHEZ Y ALFARO OCAMPO** Síntesis de Geometría plana y del espacio / Ed. Mundo Editor

**SPINADEL, VERA W. de** Apuntes de la Carrera de Especialización en Lógica y Técnica de la Forma